

DEVOIR À LA MAISON N°1*A rendre le 23.09.2009*

EXERCICE 1. Soit f la fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x + 1}$. On appelle Γ sa courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D de f .
2. Déterminer, si elles existent, les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Prouver qu'il existe quatre réels a, b, c et d tels que pour tout $x \in D$, $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 + x + 1}$.
4. En déduire que Γ possède une asymptote oblique Δ .
5. Étudier les positions relatives de Γ et Δ .

EXERCICE 2. Soit m un nombre réel fixé.

Étudier, selon les valeurs de m , la limite en $+\infty$ de $u : x \mapsto \frac{(m^2 - m)x^2 + 2mx + 1}{(m - 1)x^2 + x - 2}$.